

3 متوسط

# بنك نماذج

## الرياضيات في الطور المتوسط

من تأليف الأساتذة :

عفيصة سايح

حسين صيد

...

...

فرقوس عبدالحق

بوجلال محمد

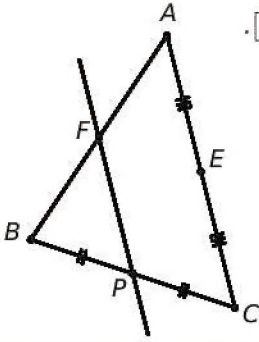
هامل حسين

...

الجزء الثاني:

## أنشطة هندسية

التمرين رقم 1 الحل موجود في الصفحة 16

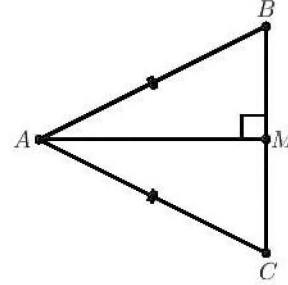
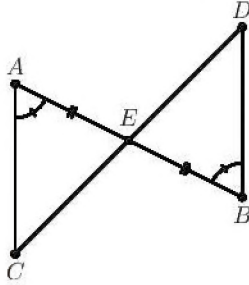


تأمل في الشكل المقابل الذي فيه  $AC = 5 \text{ cm}$  ،  $E$  منتصف  $[AC]$  و  $P$  منتصف  $[BC]$ .

1. برهن أن  $(EP) \parallel (AB)$ .
2. المستقيم الذي يشمل  $P$  و يوازي  $(AC)$  ، يقطع  $[AB]$  في النقطة  $F$ .  
(أ) برهن أن  $F$  منتصف  $[AB]$ .  
(ب) احسب الطول  $FP$ .

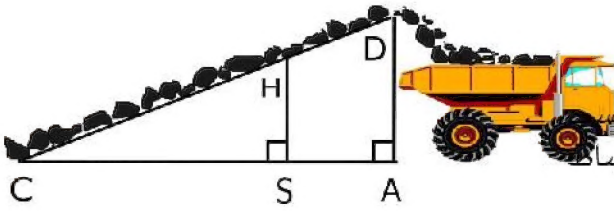
التمرين رقم 2 الحل موجود في الصفحة 16

1. بيّن أن المثلثين  $AMB$  و  $AMC$  متقايسان.
2. (أ) اشرح لماذا  $\widehat{AEC} = \widehat{BED}$ .  
(ب) بيّن أن المثلثين  $AEC$  و  $BED$  متقايسان.



التمرين رقم 3 الحل موجود في الصفحة 16

تمعّن في الشكل المقابل (القياسات ليست حقيقية) حيث يتم شحن عربة شاحنة بأحجار بواسطة بساط متحرك. يُعطى :  $CA = 10,8 \text{ m}$  و  $CS = 6 \text{ m}$ .



1. اشرح لماذا  $(HS) \parallel (AD)$ .
2. احسب ارتفاع قمة البساط عن الأرض (أي احسب الطول  $AD$ ) إذا علمت أن طول ركيّة تثبيت البساط هو  $HS = 2,5 \text{ m}$ .

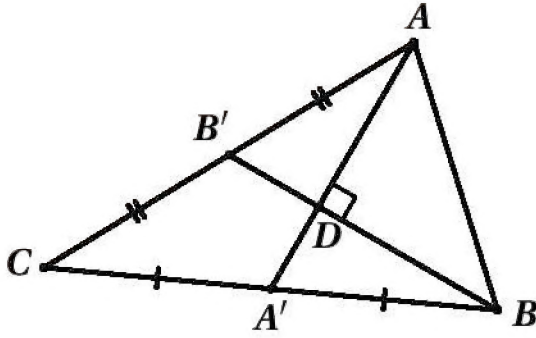
التمرين رقم 4 الحل موجود في الصفحة 16

(C) دائرة مركزها  $O$  و  $[AB]$  قطر لها بحيث  $AB = 6 \text{ cm}$ .  
 $M$  نقطة من هذه الدائرة بحيث  $BM = 4 \text{ cm}$ .

1. أنشئ الشكل ثم بين نوع المثلث  $AMB$ .
2. احسب الطول  $AM$  بالتدوير إلى الجزء من عشرة (المليمتر).
3. (أ) عين نقطة  $N$  بحيث  $\widehat{ABN} = 35^\circ$  و  $\widehat{BAN} = 56^\circ$ .  
(ب) هل تنتمي النقطة  $N$  إلى الدائرة (C) ؟ علل.



التمرين رقم 5 الحل موجود في الصفحة 17



- الشكل المقابل غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية.  
يعطى :  $AA' = 9,54 \text{ cm}$  ؛  $BB' = 12,75 \text{ cm}$
- 1 ماذا يمثل كل من  $(AA')$  و  $(BB')$  في المثلث  $ABC$  ؟
  - 2 احسب الطولين  $AD$  و  $DB'$ .
  - 3 احسب مساحة المثلث  $ADB'$ .
  - 4 بين أن  $(A'B') \parallel (AB)$ .

التمرين رقم 6 الحل موجود في الصفحة 18

- 1 ارسم قطعة مستقيم  $[AB]$  حيث  $AB = 5 \text{ cm}$  ثم أنشئ مجموعة النقط التي تبعد بنفس المسافة عن طرفيها.
- 2 ارسم زاوية  $\widehat{xOy} = 60^\circ$  حيث  $\widehat{xOy} = 60^\circ$  ثم أنشئ مجموعة النقط التي تبعد بنفس المسافة عن ضلعيها.
- 3 ارسم مستقيما  $(\Delta)$  ثم أنشئ مجموعة النقط التي تبعد عنه بـ  $2 \text{ cm}$ .

التمرين رقم 7 الحل موجود في الصفحة 18

- $ORT$  مثلث متقايس الأضلاع بحيث  $RT = 3 \text{ cm}$  و  $S$  نظيرة  $R$  بالنسبة إلى  $O$ .
- 1 أنشئ الشكل.
  - 2 ما نوع المثلث  $RST$  ؟ علل.

التمرين رقم 8 الحل موجود في الصفحة 18

- وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).  
 $ABC$  مثلث بحيث  $AB = 7,5$  ،  $AC = 6$  ،  $BC = 4,5$ .
- 1 أنشئ الشكل ثم بين أن المثلث  $ABC$  قائم.
  - 2 الدائرة  $(C)$  التي قطرها  $[AC]$  تقطع الضلع  $[AB]$  في النقطة  $D$ .  
- ما نوع المثلث  $ACD$  ؟ علل.
  - 3 برهن أن المستقيم  $(BC)$  مماس للدائرة  $(C)$ .

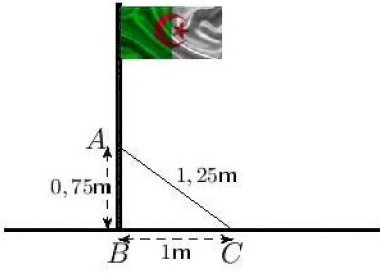
التمرين رقم 9 الحل موجود في الصفحة 19

- 1 أنشئ متوازي الأضلاع  $ABCD$  حيث  $AB = 5 \text{ cm}$  ،  $BC = 7 \text{ cm}$  و  $\widehat{ABC} = 50^\circ$ .
- 2 عين النقطة  $M$  ، منتصف الضلع  $[AB]$  و النقطة  $N$  ، منتصف الضلع  $[CD]$ .
- 3 اشرح لماذا  $AM = MB = CN = ND$ .



4. بين أن المثلثين  $AMD$  و  $BCN$  متقايسان.

التمرين رقم 10 الحل موجود في الصفحة 19



للتحقق إن كانت سارية العلم مثبتة بشكل شاقولي على سطح الأرض، قام زميلك يونس بتوصيل حبل بين نقطتين : النقطة  $A$  على السارية و النقطة  $C$  على الأرض كما هو موضح في الشكل المقابل.

بالاعتماد على معطيات الشكل، ساعد يونس على تحديد إن كانت السارية عمودية على سطح الأرض.

التمرين رقم 11 الحل موجود في الصفحة 19

1. (أ) أنشئ مثلثا  $NBA$  قائما في  $N$  بحيث  $NA = 8\text{ cm}$  و  $NB = 6\text{ cm}$ .

(ب) ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $NBA$  ؟ علل.

(ج) أنشئ هذه الدائرة و ليكن  $O$  مركزها.

2. الدائرة التي قطرها  $[AO]$  تقطع  $[AN]$  في النقطة  $P$ .

(أ) ما نوع المثلث  $AOP$  ؟ علل.

(ب) اشرح لماذا  $(OP) \parallel (NB)$ .

(ج) استنتج أن  $P$  منتصف  $[AN]$ .

3. بين أن  $(NB)$  مماس للدائرة التي مركزها  $P$  و تشمل النقطة  $N$ .

التمرين رقم 12 الحل موجود في الصفحة 20

① ارسم مثلثا  $RST$  قائما في  $R$  بحيث  $RS = 4\text{ cm}$  ثم عين النقطة  $P$ ، منتصف  $[TR]$ .

② أنشئ النقطة  $U$ ، صورة النقطة  $S$  بالانسحاب الذي يحول  $R$  إلى  $P$ .

③ اشرح لماذا الرباعي  $PRSU$  مستطيل.

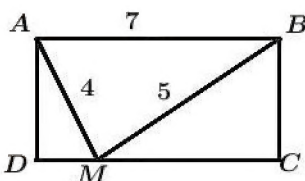
④ نسي  $Q$  نقطة تقاطع  $[PU]$  مع  $[TS]$ .

– بين أن  $PQ = 2\text{ cm}$ .

التمرين رقم 13 الحل موجود في الصفحة 20

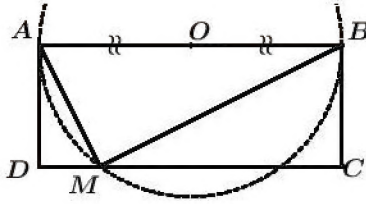
$ABCD$  مستطيل. وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

نريد تعيين نقطة  $M$  من الضلع  $[CD]$  بحيث يكون المثلث  $AMB$  قائما في  $M$ .



هل النقطة  $M$  في الشكل المقابل تحقق المطلوب ؟ علل.

② يقترح أيمن رسم الدائرة التي قطرها  $[AB]$  كما في الشكل الآتي فتكون النقطة  $M$  تحقق المطلوب.



- علل صحة ما قاله أيمن.

③ هل توجد نقطة أخرى في الشكل السابق تحقق المطلوب ؟

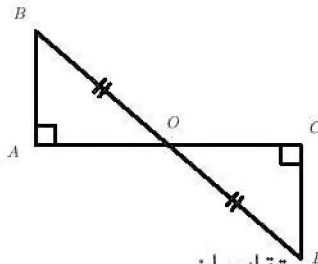
④ (سؤال إضافي) هل نجد دائما نفس عدد الإمكانيات عندما تتغير أبعاد المستطيل ABCD ؟ علل.

#### التمرين رقم 14 الحل موجود في الصفحة 21

$RST$  مثلث قائم في  $R$  بحيث  $RS = 4 \text{ cm}$  و  $RT = 5 \text{ cm}$ .

1. أنشئ الشكل.
2. احسب الطول  $ST$ .
3. احسب قياس الزاوية  $\widehat{RTS}$  بالتدوير إلى الوحدة.
4.  $M$  نقطة من  $[TR]$  بحيث  $TM = 2 \text{ cm}$ . المستقيم  $(\Delta)$  العمودي على  $(TR)$  في النقطة  $M$  يقطع  $[TS]$  في النقطة  $N$ .  
- احسب الطول  $MN$ .
5. أنشئ المثلث  $R'S'T'$  ، صورة المثلث  $RST$  بالانسحاب الذي يحول  $R$  إلى  $N$ .
6. احسب مساحة المثلث  $R'S'T'$ .

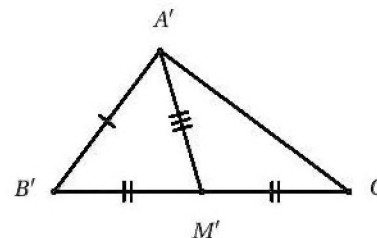
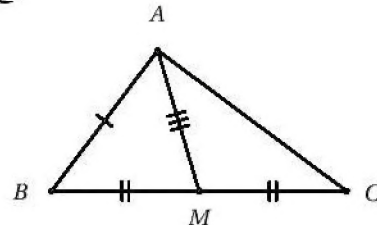
#### التمرين رقم 15 الحل موجود في الصفحة 21



(أ) برهن أن المثلثين  $ABM$  و  $A'B'M'$  متقايسان.

(ب) استنتج أن  $\widehat{B'} = \widehat{B}$ .

(ج) برهن أن المثلثين  $ABC$  و  $A'B'C'$  متقايسان.



التمرين رقم 16 الحل موجود في الصفحة 21

$AISE$  متوازي الأضلاع بحيث :  $AI = 7 \text{ cm}$  ،  $IS = 5 \text{ cm}$  و  $\widehat{IAE} = 150^\circ$

1. أنشئ الشكل بعناية.
2. لتكن  $O$  نظيرة  $S$  بالنسبة إلى  $I$  و  $U$  نقطة تقاطع المستقيمين  $(AI)$  و  $(OE)$ .  
(أ) برهن أن  $U$  منتصف  $[OE]$ .  
(ب) احسب الطول  $UI$ .
3. (أ) برهن أن المثلثين  $EAU$  و  $OUI$  متقايسان.  
(ب) استنتج أن  $U$  منتصف  $[AI]$ .

التمرين رقم 17 الحل موجود في الصفحة 21

$EFGH$  متوازي الأضلاع مركزه  $O$  بحيث  $GH = 5 \text{ cm}$  ،  $GF = 4 \text{ cm}$  و  $\widehat{FGH} = 60^\circ$

1. أنشئ الشكل بعناية.
2. برهن أن المثلثين  $EFH$  و  $FGH$  متقايسان.
3. لتكن  $M$  منتصف الضلع  $[FG]$ .  
(أ) برهن أن  $(OM) \parallel (GH)$ .  
(ب) احسب الطول  $OM$ .
4. المستقيم  $(MO)$  يقطع  $[EH]$  في النقطة  $N$ .  
برهن أن  $N$  منتصف  $[EH]$ .

التمرين رقم 18 الحل موجود في الصفحة 21

1. أنشئ النقطة  $G$  ، مركز ثقل المثلث  $ABC$  الذي رؤوسه هي : الشجرة  $A$  ، الشجيرات  $B$  و القصر  $C$ .
2. أنشئ النقطة  $H$  ، نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث  $ABD$  الذي رؤوسه : الشجرة  $A$  ، الشجيرات  $B$  و الزنانة  $D$ .
3. أنشئ النقطة  $O$  ، مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $BDM$  الذي رؤوسه : الشجيرات  $B$  ، الزنانة  $D$  و الطاحونة  $M$ .
4. موضع الكنز  $T$  هو نقطة تقاطع المستقيمين  $(HP)$  و  $(OG)$ .





$A \times$



$D \times$



$\times M$



$C \times$



$\times B$

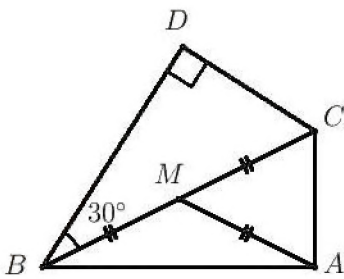


$\times P$

الحل موجود في الصفحة 22

19

التمرين رقم



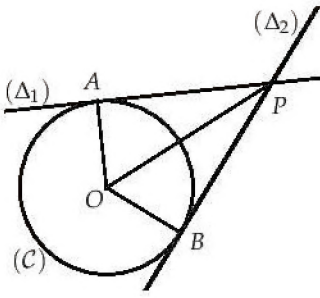
تأمل في الشكل المقابل الذي فيه :  
 $\widehat{DBC} = 30^\circ$  و  $AB = 7 \text{ cm}$  ،  $AM = 5 \text{ cm}$

1. ما نوع المثلث  $ABC$  ؟ علل.

2. احسب الطول  $BC$ .

3. احسب الطول  $AC$ .

4. احسب الطول  $BD$ .



$(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  مماسان للدائرة  $(C)$  في النقطتين  $A$  و  $B$  على الترتيب.  $O$  مركز الدائرة و  $P$  نقطة تقاطع المماسين.

1. ما نوع المثلثين  $AOP$  و  $BOP$  ؟ علل.

2. برهن أن المثلثين  $AOP$  و  $BOP$  متقايسان.

3. استنتج أن  $PA = PB$ .

4. بين أن  $[PO]$  منصف الزاوية  $\widehat{APB}$ .

$ABC$  مثلث فيه : قياس الزاوية  $\widehat{C}$  هو ضعف قياس الزاوية  $\widehat{A}$  و قياس الزاوية  $\widehat{B}$  يساوي ثلاثة أمثال قياس الزاوية  $\widehat{A}$ .

1. احسب أقياس زوايا المثلث  $ABC$  و استنتج نوعه.

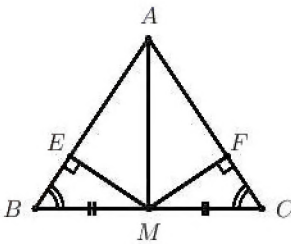
2. أنشئ هذا المثلث إذا علمت أن  $BC = 4 \text{ cm}$ .

3. احسب الطول  $AC$  بالتدوير إلى 0, 1.

1. أنشئ مثلثا  $ABC$  متساوي الساقين رأسه الأسامي  $A$  بحيث  $BC = 4 \text{ cm}$  و  $\widehat{B} = 50^\circ$ .

2. أنشئ مثلثا  $EFG$  متساوي الساقين رأسه الأسامي  $E$  بحيث  $FG = 4 \text{ cm}$  و  $\widehat{F} = 50^\circ$ .

3. برهن أن المثلثين  $ABC$  و  $EFG$  متقايسان.



تأمل في الشكل المقابل :

1. برهن أن المثلثين  $MFC$  و  $MEB$  متقايسان.

2. استنتج أن  $MF = ME$ .

3. برهن أن المثلثين  $MFA$  و  $MEA$  متقايسان.

1. أنشئ معينا  $ABCD$  مركزه  $O$  (نقطة تقاطع قطريه) بحيث  $AC = 6 \text{ cm}$  و  $BD = 8 \text{ cm}$  و  $AB = BC = CD = DA = 5 \text{ cm}$ .

2. برهن أن المثلثين  $BOA$  و  $BOC$  متقايسان.

3. عيّن النقطة  $I$  ، منتصف الضلع  $[AB]$ .

4.  $(OI) \parallel (BC)$  بين أن

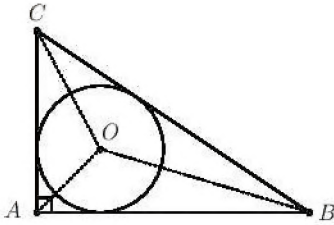
(ب) احسب الطول  $OI$ .

5. المستقيم  $(OI)$  يقطع الضلع  $[CD]$  في  $J$ .

يُبين أن  $J$  منتصف  $[CD]$ .

تذكير : قُطرًا المعين متعامدان و متناصفان.

التمرين رقم 25 الحل موجود في الصفحة 23



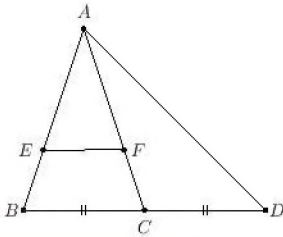
$ABC$  مثلث قائم في  $A$  بحيث  $\hat{B} = 40^\circ$  و  $\hat{C} = 50^\circ$ .  
 $O$  مركز الدائرة المرسومة داخله.

1. احسب قياس كل من

$\widehat{OBC}$  و  $\widehat{OCB}$  مع التعليل.

2. يُبين أن  $\widehat{BOC} = 135^\circ$ .

التمرين رقم 26 الحل موجود في الصفحة 23



في الشكل المقابل :  $C$  منتصف  $[BD]$  ،  $AE = 2 \text{ cm}$  ،  $AB = 3 \text{ cm}$  و  $(EF) \parallel (BC)$ .

1. برهن أن  $\frac{AF}{AC} = \frac{2}{3}$ .

2. ماذا تمثل  $[AC]$  في المثلث  $ABD$  ؟ علّل.

3. برهن أن  $F$  مركز ثقل المثلث  $ABD$ .

التمرين رقم 27 الحل موجود في الصفحة 23

1. أنشئ مثلثا  $RMT$  متساوي الساقين رأسه الأساسي  $M$  بحيث  $MR = 4 \text{ cm}$  و  $\widehat{RMT} = 50^\circ$ .

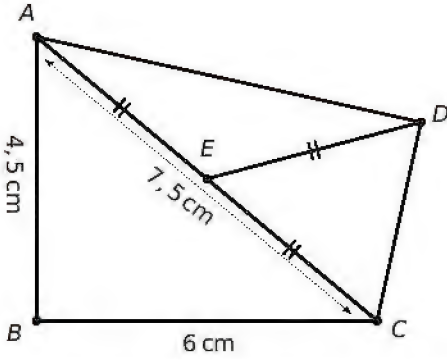
2. أنشئ النقطة  $S$ ، نظيرة  $R$  بالنسبة إلى  $M$ .

3. برهن أن المثلث  $RST$  قائم.

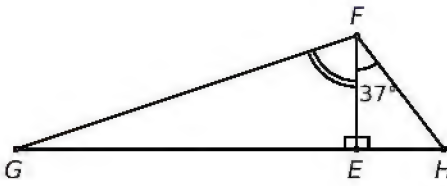
4. (أ) ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $RST$  ؟ علّل.

(ب) أنشئ هذه الدائرة.

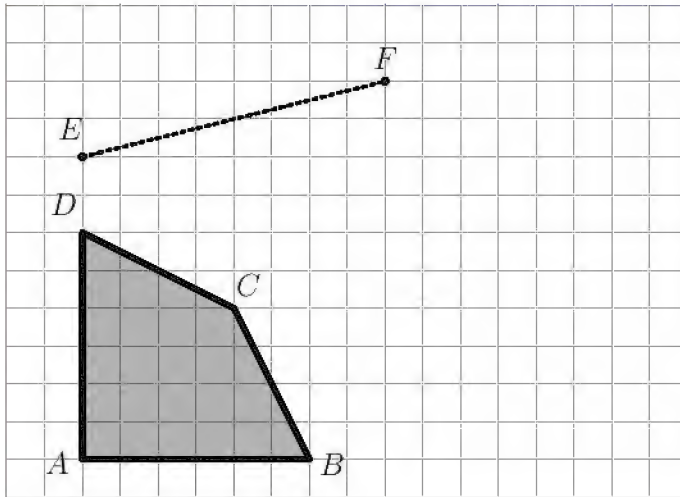




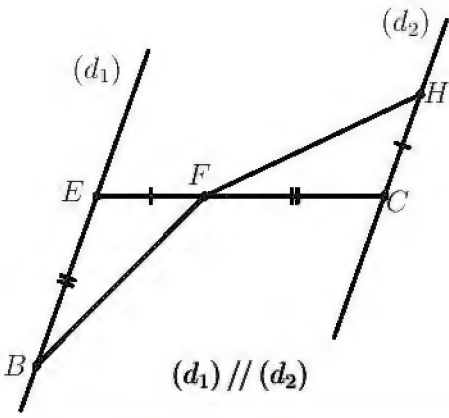
1. (ا) ما طبيعة المثلث  $ABC$  ؟ علّل.  
(ب) ما هو مركز الدائرة المحيطة به ؟  
(ج) احسب الطول  $BE$ .
2. ما طبيعة المثلث  $ACD$  ؟ علّل.
3. برهن أنّ النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  ،  $D$  تنتمي إلى نفس الدائرة.



1. احسب القيس  $\widehat{EFG}$  مع تدوير النتيجة إلى الوحدة.
2.  $H$  نقطة من المستقيم  $(GE)$  بحيث  $\widehat{EFH} = 37^\circ$ .  
احسب الطول  $FH$  بالتقريب إلى  $0,1$  cm.
3. برهن أنّ المستقيم  $(GH)$  مماس للدائرة  $(C_1)$  التي مركزها  $F$  و نصف قطرها  $FE$ .
4. ما هي الوضعية النسبية للمستقيم  $(GH)$  و الدائرة  $(C_2)$  التي مركزها  $F$  و نصف قطرها  $FH$  ؟ علّل.



أنشيء  $A'B'C'D'$  ، صورة الرباعي  $ABCD$  بالانسحاب الذي يحول  $E$  إلى  $F$  مع ترك آثار الإنشاء.

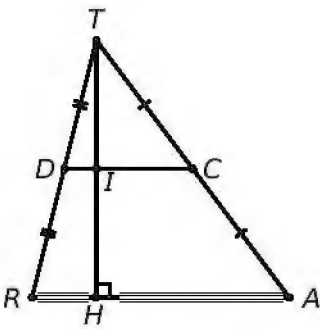


تمعّن في الشكل المقابل الذي فيه  $(d_1) \parallel (d_2)$ .

(1) اشرح لماذا  $\widehat{HCF} = \widehat{BEF}$ .

(2) برهن أنّ المثلثين  $BEF$  و  $FCH$  متقايسان.

(3) استنتج أنّ  $FH = BF$ .

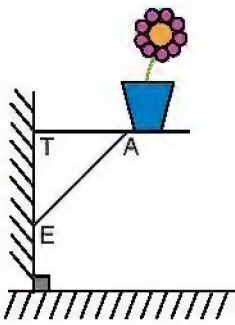


تمعّن في الشكل المقابل الذي فيه  $C$  منتصف  $[TA]$  و  $D$  منتصف  $[TR]$ .

(1) برهن، بتطبيق نظرية مستقيم المنتصفين، أنّ  $(CD) \parallel (AR)$ .

(2) استنتج أنّ  $(TI) \perp (CD)$ .

(3) يبين أنّ  $I$  منتصف  $[TH]$ .



الشكل المقابل يمثل رفًا مثبتًا على جدار شاقولي، وُضعت عليه مزهرية. لمعرفة ما إذا كان الرف أفقياً، أخذنا القياسات التالية :

$TE = 30 \text{ cm}$  و  $AE = 50 \text{ cm}$  :  $AT = 40 \text{ cm}$

هل الرف أفقي (يوازي سطح الأرض) ؟ علّل.

$ABC$  مثلث بحيث  $AB = 4,5 \text{ cm}$  ،  $AC = 6 \text{ cm}$  و  $BC = 7,5 \text{ cm}$ .

1. بين أنّ المثلث  $ABC$  قائم في  $A$ .

2. احسب  $\cos \widehat{ABC}$  ثم استنتج قياس الزاوية  $\widehat{ABC}$ .

3. لتكن  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستقيم  $(BC)$ .

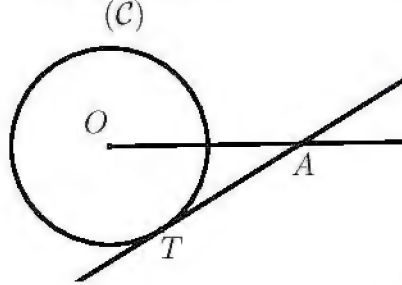
أنشئ المثلث  $A'B'C'$  ، صورة المثلث  $ABC$  بالانسحاب الذي يحول  $H$  إلى  $A$ .

4. احسب مساحة المثلث  $A'B'C'$ .

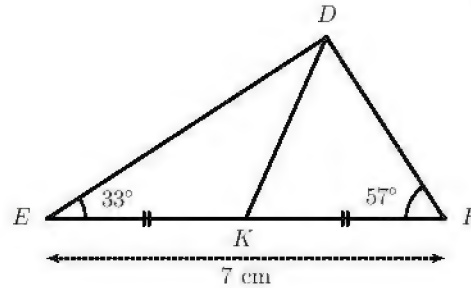
وعاء شكله هرم قاعدته مثلث أطوال أضلاعه هي أعداد طبيعية متتالية مجموعها 12.

1. جد أطوال أضلاع مثلث القاعدة.
2. احسب حجم هذا الوعاء إذا كان ارتفاعه  $h = 10 \text{ cm}$  و مساحة قاعدته  $B = 6 \text{ cm}^2$ .

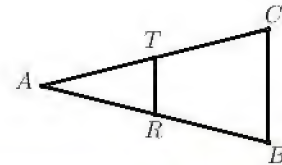
1. في الشكل الموالي :  $OA = 5 \text{ cm}$  و  $OT = 2 \text{ cm}$  . المستقيم  $(AT)$  مماس للدائرة  $(C)$  في النقطة  $T$ .



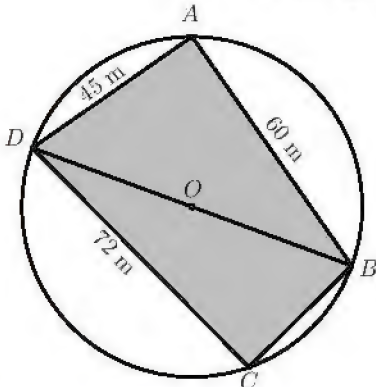
- احسب قياس الزاوية  $\widehat{AOT}$  مع التعليل.
2. احسب الطول  $DK$  مع التعليل.



3. وحدة الطول هي السنتيمتر. بتطبيق خاصية طاليس، احسب الطول  $AT$  علما أن :  $AR = 2$  و  $AC = 7$  ،  $AB = 5$  ،  $(RT) \parallel (BC)$

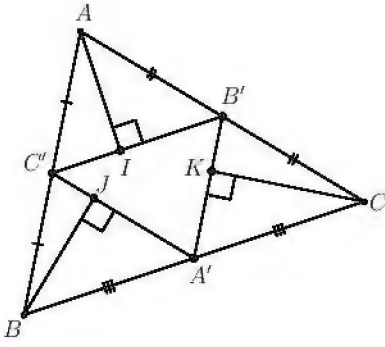


يملك ياسين قطعة أرض رباعية الشكل تقع رؤوسها على دائرة كما في الشكل حيث  $BD = 75 \text{ m}$ .



1. برهن أن المثلث  $ABD$  قائم في  $A$ .
2. برهن أن المثلث  $BCD$  قائم في  $C$ .
3. احسب الطول  $BC$ .
4. احسب محيط الأرض.
5. احسب مساحة الأرض.

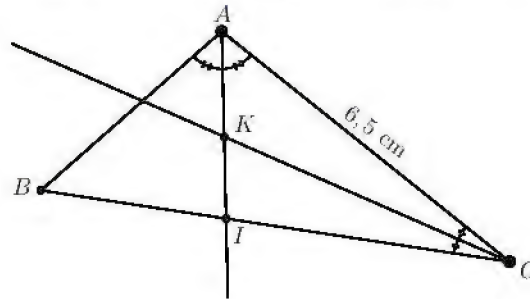




في الشكل أدناه،  $A'$  منتصف  $[BC]$ ،  $B'$  منتصف  $[AC]$  و  $C'$  منتصف  $[AB]$ . بالإضافة إلى ذلك :  $(A'B') \parallel (AB)$  ،  $(A'C') \parallel (AC)$  و  $(B'C') \parallel (BC)$ .

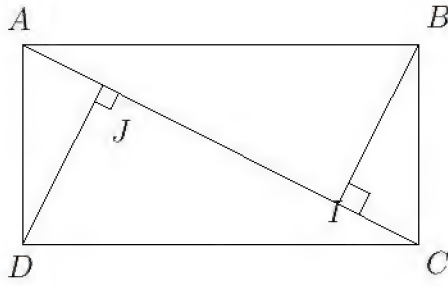
1. يبين أن  $(AI) \perp (BC)$ .
2. هل تتقاطع المستقيمات  $(AI)$ ،  $(BJ)$  و  $(CK)$  في نفس النقطة؟ علّل.

1. أعد رسم الشكل التالي بالأبعاد الحقيقية علما أن :  $\widehat{BAK} = 50^\circ$  و  $\widehat{BCK} = 15^\circ$ .



2. احسب قياس الزاوية  $\widehat{KBC}$  مع التعليل.
3. أنشئ الدائرة المرسومة داخل المثلث  $ABC$ .
4. (ا) احسب قياس الزاوية  $\widehat{AIC}$  مع التعليل.  
(ب) هل نصف المستقيم  $[AI]$  هو منتصف الزاوية  $\widehat{BKC}$ ؟ علّل.

1. ارسم مثلثا  $ABC$  قائما في  $A$  بحيث  $AB = 6 \text{ cm}$  و  $BC = 10 \text{ cm}$ .
2. احسب الطول  $AC$ .
3. لتكن  $I$  منتصف  $[BC]$ .  
(ا) ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$ ؟ علّل.  
(ب) احسب الطول  $AI$ .
4. لتكن  $M$  منتصف  $[AI]$  و  $(d)$  المستقيم الذي يشمل  $M$  و يوازي  $(AB)$ ، فيقطع  $[BC]$  في  $P$ . احسب الطول  $IP$ .
5. لتكن  $N$  منتصف  $[IC]$ .  
برهن أن المستقيمين  $(MN)$  و  $(AC)$  متوازيان.

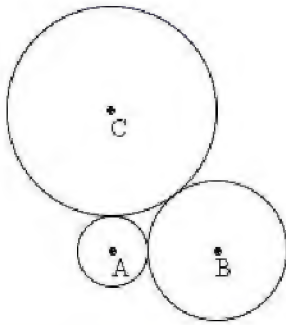


$ABCD$  مستطيل ، المستقيم المار من  $B$  عمودي على  $(AC)$  في نقطة  $I$  ، المستقيم المار من  $D$  عمودي على  $(AC)$  في نقطة  $J$ .  
(لاحظ الشكل)

- بين أن المثلثين  $CDJ$  و  $ABI$  متقايسان.
- استنتج أن المثلثين  $DAJ$  و  $BIC$  متقايسان.

$ABC$  مثلث متساوي الساقين حيث  $AB = AC = 6cm$  و  $BC = 5cm$   
 $N$  نقطة من  $[AC]$  حيث  $CN = 3cm$  و  $M$  منتصف  $[BC]$

- أنشئ شكلا وفق هذه المعطيات
- برهن أن:  $(MN) // (AB)$
- ارسم المستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل  $M$  و يوازي حامل  $[AC]$  و يقطع الضلع  $[AB]$  في  $F$
- بين أن  $F$  منتصف  $[AB]$  ثم استنتج الطول  $FN$



$C; B; A$  مراكز دوائر أنصاف أقطارها :  
 $3cm; 2cm; 1cm$   
برهن أن المثلث  $ABC$  قائم . (يطلب تحديد الزاوية القائمة).

$(F)$  دائرة مركزها  $O$  و قطرها  $[IJ]$  حيث:  $IJ = 5cm$  و  $K$  نقطة من الدائرة حيث:  $JK = 3cm$

- أنجز الشكل بدقة .
- أثبت أن المثلث  $IKJ$  قائم مع التبرير.
- أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  مماس للدائرة في النقطة  $J$  .  
(المستقيمان  $(\Delta)$  و  $(IK)$  يتقاطعان في نقطة  $L$ ).
- ما نوع المثلث  $IJJ$  ؟ علل جوابك.
- ما هي المسافة بين النقطة  $J$  والمستقيم  $(IL)$  ؟ علل جوابك .

التمرين رقم 45 الحل موجود في الصفحة 28

$ABC$  مثلث حيث  $AC = 3cm$ ;  $AB = 4cm$ ;  $BC = 5cm$   
( $C$ ) دائرة قطرها  $[BC]$  ومركزها النقطة  $O$

1. أنشئ الشكل
2. أنشئ النقطتين  $B'$  و  $C'$  صورتين النقطتين  $B$  و  $C$  بالانسحاب الذي يحول  $A$  إلى  $B$
3. بنفس الانسحاب أنشئ الدائرة ( $C'$ ) صورة الدائرة ( $C$ )
4. ما هي صورة المثلث  $ABC$  بهذا الانسحاب؟ علل
5. ماذا تمثل الدائرة ( $C'$ ) بالنسبة للمثلث  $BB'C'$ ؟ استنتج نوعه

التمرين رقم 46 الحل موجود في الصفحة 28

$ABC$  مثلث قائم و متساوي الساقين رأسه الأساسي  $A$  حيث:  $AB = AC = 5cm$   
( $\Delta$ ) المتوسط المتعلق بالضلع  $[AB]$ .  
( $\Delta_1$ ) المتوسط المتعلق بالضلع  $[BC]$  يقطعه في النقطة  $E$ .  
 $G$  نقطة تقاطع ( $\Delta$ ) و ( $\Delta_1$ )

1. أنشئ الشكل.
2. ماذا تمثل النقطة  $G$  بالنسبة للمثلث  $ABC$ ؟ برر جوابك.
3. إذا علمت أن  $AG = 2.4cm$  ، احسب كلا من  $AE$  و  $EG$ .

التمرين رقم 47 الحل موجود في الصفحة 29

1. أنشئ المثلث  $GDF$  حيث  $DF = 3cm$ ;  $GD = 7.2cm$ ;  $GF = 7.8cm$   
بين أن المثلث  $GDF$  قائم .

2. أنشئ الدائرة ( $C$ ) المحيطة بالمثلث  $GDF$  مع شرح الطريقة.
3. أنشئ المستقيم ( $\Delta$ ) الذي يعامد  $[GF]$  في  $G$ . أثبت أن المستقيم ( $\Delta$ ) مماس للدائرة ( $C$ ) في النقطة  $G$  .
4.  $T$  نقطة من الدائرة ( $C$ ) حيث  $GT = 4.5cm$   
عينها ثم احسب الطول  $TF$  مع التوضيح

التمرين رقم 48 الحل موجود في الصفحة 30

أنشئ المثلثين  $ABC$  و  $ACD$  بحيث أن:  $\widehat{CAD} = 80^\circ$ ;  $\widehat{C} = \widehat{ACD} = 60^\circ$ ;  $\widehat{B} = 40^\circ$ ;  $BC = 5cm$   
① بين أن المثلثين  $ABC$  و  $ACD$  متقايسان  
① بين أن  $CD = 5cm$

التمرين رقم 49 الحل موجود في الصفحة 30

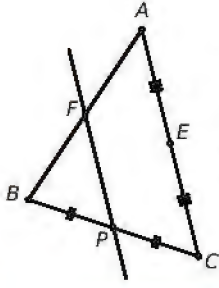
أنشئ المثلثين  $ABC$  و  $ACD$  بحيث أن:  $\widehat{CAD} = 80^\circ$ ;  $\widehat{C} = \widehat{ACD} = 60^\circ$ ;  $\widehat{B} = 40^\circ$ ;  $BC = 5cm$   
① بين أن المثلثين  $ABC$  و  $ACD$  متقايسان  
① بين أن  $CD = 5cm$



حل التمرين رقم 1

1

للمرجع إلى التمرين 1



1. في المثلث  $ABC$  لدينا :  $E$  منتصف  $[AC]$  و  $P$  منتصف  $[BC]$  فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن  $(EP) \parallel (AB)$ .
2. (ا) في المثلث  $ABC$  لدينا :  $P$  منتصف  $[BC]$  و  $(PF) \parallel (AC)$  فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن  $F$  منتصف  $[AB]$  و  $PF = \frac{1}{2}AC$ .  
(ب) لدينا :  $FP = \frac{1}{2}AC = 5 \text{ cm} \div 2 = 2,5 \text{ cm}$

حل التمرين رقم 2

2

للمرجع إلى التمرين 2

1. لدينا :  $\left[ \begin{array}{l} AB = AC \\ [AM] \text{ ضلع مشترك} \end{array} \right]$  (الوتر و ضلع قائم) و بالتالي فالمثلثان  $AMB$  و  $AMC$  متقايسان.
2. (ا) الزاويتان  $\widehat{AEC}$  و  $\widehat{BED}$  متقابلتان بالرأس إذن متقايسان أي  $\widehat{AEC} = \widehat{BED}$ .  
(ب) لدينا :  $\left[ \begin{array}{l} \widehat{EAC} = \widehat{EBD} \\ EA = EB \\ \widehat{AEC} = \widehat{BED} \end{array} \right]$  (زاويتان و الضلع المحصور بينهما) و بالتالي فالمثلثان  $BDE$  و  $ACE$  متقايسان.

حل التمرين رقم 3

3

للمرجع إلى التمرين 3

1. بما أن  $(AD) \perp (AC)$  و  $(HS) \perp (AC)$  فإن  $(HS) \parallel (AD)$ .
2. في المثلث  $ACD$  لدينا إذن :  $S \in [AC]$  و  $H \in [CD]$  بحيث  $(HS) \parallel (AD)$  فحسب خاصية طاليس :  
 $AD = \frac{10,8 \times 2,5}{6} = \frac{27}{6} = 4,5$  منه  $\frac{6}{10,8} = \frac{CH}{CD} = \frac{2,5}{AD} = \frac{CS}{CA} = \frac{CH}{CD} = \frac{SH}{AD}$   
إذن ارتفاع قمة البساط عن الأرض هو  $AD = 4,5 \text{ m}$ .

حل التمرين رقم 4

4

للمرجع إلى التمرين 4

1. الشكل.

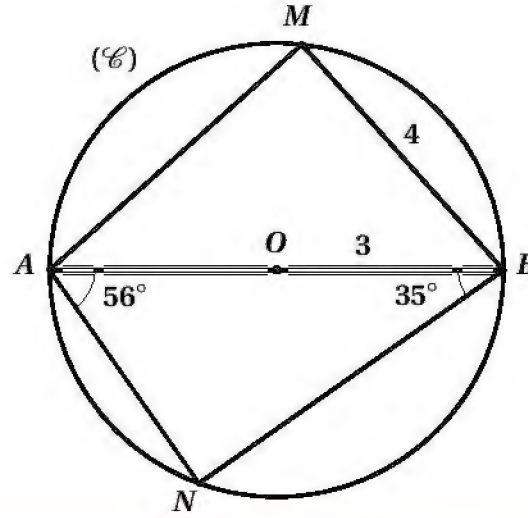
المثلث  $AMB$  قائم في  $M$  لأن ضلعه  $[AB]$  قطر للدائرة المحيطة به.

2. المثلث  $AMB$  قائم في  $M$  فحسب نظرية فيثاغورث :  $AB^2 = AM^2 + MB^2$  أي  $6^2 = AM^2 + 4^2$  منه  $AM^2 = 36 - 16 = 20$  منه  $AM = \sqrt{20} \text{ cm}$  (القيمة المضبوطة) و  $AM \approx 4,47 \text{ cm}$  (قيمة مقربة).

إذن  $AM = 4,5 \text{ cm}$  بالتدوير إلى المليمتر (الجزء من 10).

3. (أ) الشكل.

(ب) حتى تنتهي النقطة  $N$  إلى الدائرة  $(C)$  ، يجب (و يكفي) أن تكون الدائرة  $(C)$  التي قطرها  $[AB]$  محيطة بالمثلث  $ANB$  أي يجب (و يكفي) أن يكون المثلث  $ANB$  قائما في  $N$ . لكن :  $\widehat{ABN} + \widehat{BAN} = 91^\circ$  أي  $35^\circ + 56^\circ \neq 90^\circ$  إذن فالمثلث  $ANB$  ليس قائما في  $N$  و بالتالي فالنقطة  $N$  لا تنتمي إلى الدائرة  $(C)$ .



للعودة إلى التمرين 5

حل التمرين رقم 5

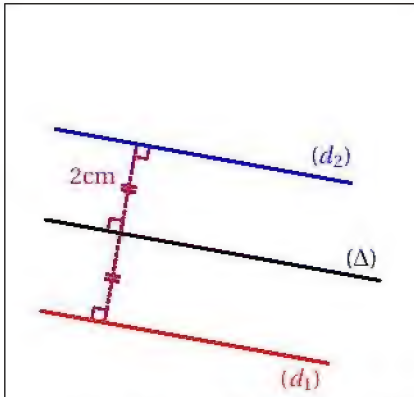
1. بما أن  $A'$  منتصف  $[BC]$  فإن  $(AA')$  هو المتوسط المتعلق بالضلع  $[BC]$  في المثلث  $ABC$ .  
و بما أن  $B'$  منتصف  $[AC]$  فإن  $(BB')$  هو المتوسط المتعلق بالضلع  $[AC]$  في المثلث  $ABC$ .
2. إذن  $D$  هي مركز ثقل المثلث  $ABC$  (نقطة تلاقي متوسطاته) و بالتالي :

$$AD = \frac{2}{3} AA' = \frac{2}{3} \times 9,54 \quad \text{أي} \quad AD = 6,36 \text{ cm}$$

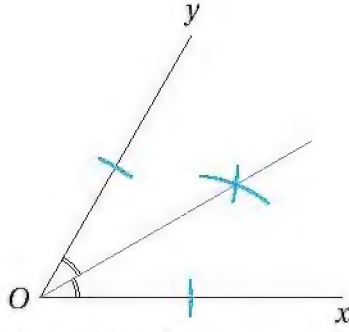
$$\text{و} \quad BD' = \frac{1}{3} BB' = \frac{1}{3} \times 12,75 \quad \text{أي} \quad BD' = 4,25 \text{ cm}$$

$$S_{ADB'} = \frac{AD \times DB'}{2} = \frac{6,36 \times 4,25}{2} = 13,515 \quad \text{مساحة المثلث } ADB' \text{ هي : } 13,515 \text{ cm}^2$$

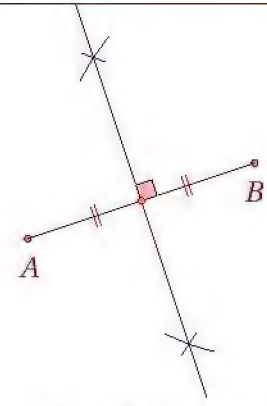
4. في المثلث  $ABC$  لدينا :  $A'$  منتصف  $[BC]$  و  $B'$  منتصف  $[AC]$  فحسب نظرية مستقيم المنتصفين :  $(A'B') \parallel (AB)$



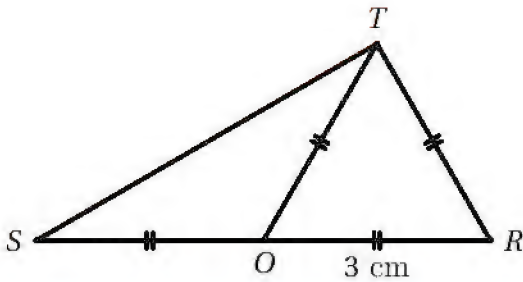
③ مجموعة النقط التي تبعد بـ 2 cm عن المستقيم  $(\Delta)$  هي اتحاد المستقيمين المتوازيين  $(d_1)$  و  $(d_2)$ .



② مجموعة النقط التي تبعد بنفس المسافة عن ضلعي الزاوية  $\widehat{xOy}$  هي منصف هذه الزاوية.

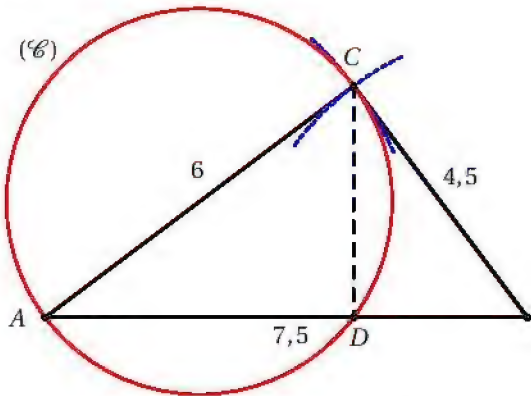


① مجموعة النقط التي تبعد بنفس المسافة عن طرفي القطعة  $[AB]$  هي محور هذه القطعة.



1. الشكل.

2. في المثلث  $RST$ ،  $[TO]$  هو المتوسط المتعلق بالضلع  $[RS]$  و  $TO = \frac{1}{2}RS$  وبالتالي فالمثلث  $RST$  قائم في  $T$ .



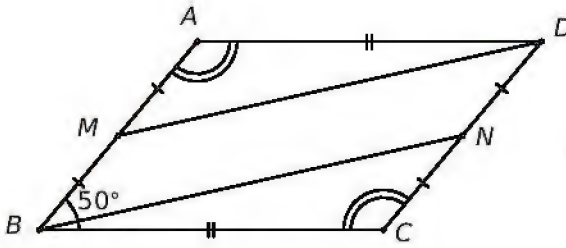
1. الشكل.

في المثلث  $ABC$  لدينا :  $AB^2 = (7,5)^2 = 56,25$  و  $AC^2 + BC^2 = 6^2 + (4,5)^2 = 36 + 20,25 = 56,25$  أي  $AC^2 + BC^2 = AB^2$  و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث  $ABC$  قائم في  $C$ .

2. المثلث  $ACD$  قائم في  $D$  لأن ضلعه  $[AC]$  قطر للدائرة  $(C)$  المحيطة به.

3. المستقيم  $(BC)$  يعامد المستقيم القطري  $(AC)$  (لأن المثلث  $ABC$  قائم في  $C$ ) في النقطة  $C$  من الدائرة و بالتالي  $(BC)$  هو المماس للدائرة  $(C)$  في النقطة  $C$ .

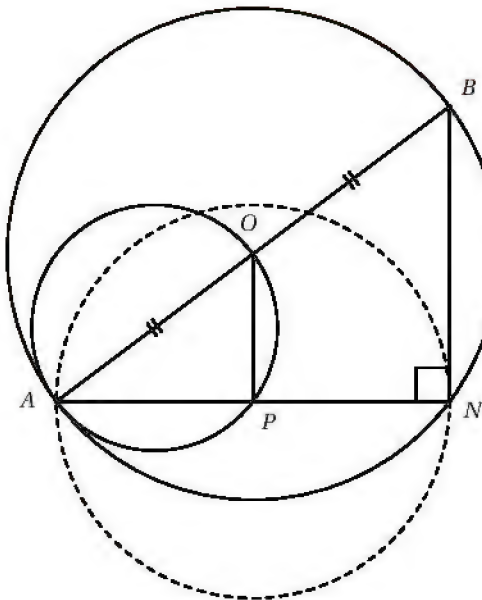




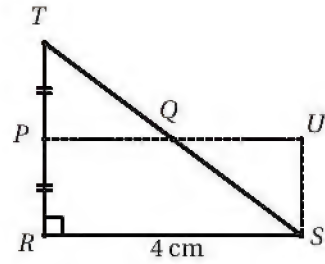
1. الشكل. .... (0,5ن)
2. الشكل. .... (0,5ن)
3. بما أن  $M$  منتصف  $[AB]$  فإن  $AM = MB = \frac{1}{2}AB$   
و بما أن  $N$  منتصف  $[CD]$  فإن  $CN = ND = \frac{1}{2}CD$   
لكن  $ABCD$  متوازي الأضلاع إذاً  $AB = CD$   
و بالتالي  $AM = MB = CN = ND$  ..... (01ن)

4. المثلثان  $AMD$  و  $BCN$  متقايسان لأن:  $AD = BC$  (ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع)،  $AM = CN$  و  $\widehat{MAD} = \widehat{NCB}$  (زاويتان متقابلتان في متوازي الأضلاع) ← (ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما). ..

سارية العلم عمودية على سطح الأرض إذا و فقط إذا كان المثلث  $ABC$  قائما في  $B$ .  
لكن:  $AC^2 = 1,25^2 = 1,5625$  و  $AB^2 + BC^2 = 0,75^2 + 1^2 = 0,5625 + 1 = 1,5625$  أي  $AB^2 + BC^2 = AC^2$   
فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث  $ABC$  قائم في  $B$  و بالتالي فالسارية مثبتة بشكل شاقولي.



1. (أ) الشكل. .... (0,5ن)  
(ب) بما أن المثلث  $NBA$  قائم في  $N$  فإن مركز الدائرة المحيطة به هو منتصف وتر  $[AB]$ . .... (0,5ن)  
(ج) الشكل. .... (0,5ن)
2. (أ) المثلث  $AOP$  قائم في  $P$  لأن ضلعه  $[AO]$  قطر للدائرة المحيطة به. .... (0,75ن)  
(ب) بما أن  $(OP) \perp (AN)$  و  $(NB) \perp (AN)$  فإن  $(OP) \parallel (NB)$  (إذا عامد مستقيمان نفس المستقيم فهما متعامدان). .... (0,5ن)  
(ج) في المثلث  $NBA$  لدينا:  $O$  منتصف  $[AB]$  و  $(OP) \parallel (NB)$  فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن  $P$  منتصف  $[AN]$ . .... (0,5ن)
3. المستقيم  $(NB)$  يعامد المستقيم القطري  $(AN)$  في النقطة  $N$  من الدائرة التي مركزها  $P$  و تشمل  $N$  و بالتالي  $(NB)$  هو المماس لهذه الدائرة في النقطة  $N$ . .... (0,75ن)



1. الشكل.

2. الشكل.

3. بما أن  $U$  صورة  $S$  بالانسحاب الذي يحول  $R$  إلى  $P$  فإن الرباعي  $PRSU$  متوازي الأضلاع. و بما أن  $\widehat{PRS} = 90^\circ$  فهو مستطيل.

4. بما أن  $(RS) \perp (TR)$  و  $(PU) \perp (TR)$  فإن  $(PU) \parallel (RS)$ .

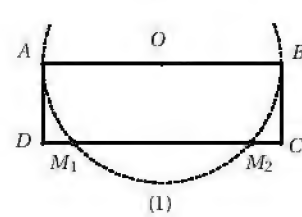
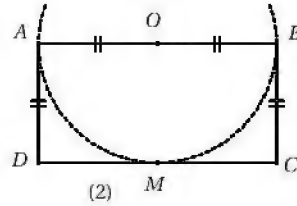
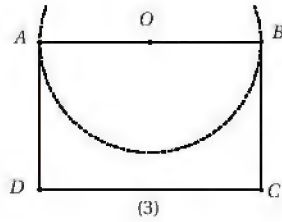
في المثلث  $RST$  لدينا :  $P \in [TR]$  و  $(PU) \parallel (RS)$  فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن  $Q$  منتصف  $[TS]$  و  $PQ = \frac{RS}{2} = \frac{4 \text{ cm}}{2} = 2 \text{ cm}$   
ملاحظة : يمكن أيضا تطبيق نظرية طاليس.

1. بما أن  $AB^2 = 7^2 = 49$  و  $AM^2 + MB^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$  أي  $AM^2 + MB^2 \neq AB^2$  فحسب العكس النقيض لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث  $AMB$  ليس قائما و بالتالي فالنقطة  $M$  لا تحقق المطلوب.

2. المثلث  $AMB$  قائم في  $M$  لأن ضلعه  $[AB]$  قطر للدائرة المحيطة به.

3. نعم توجد نقطة أخرى تحقق المطلوب و هي نقطة التقاطع الثانية بين الدائرة و الضلع  $[CD]$ .

4. نميز ثلاث حالات :



- إذا كان  $AD < \frac{AB}{2}$  فإن المستقيم  $(CD)$  قاطع للدائرة و بالتالي يشترك معها في نقطتين تحققان المطلوب (الشكل (1)).
- إذا كان  $AD = \frac{AB}{2}$  فإن المستقيم  $(CD)$  مماس للدائرة و بالتالي يشترك معها في نقطة واحدة تحقق المطلوب (الشكل (2)).
- إذا كان  $AD > \frac{AB}{2}$  فإن المستقيم  $(CD)$  خارج الدائرة و بالتالي لا يشترك معها في أي نقطة و هذا يعني أنه لا توجد أي نقطة تحقق المطلوب (الشكل (3)).



1. الشكل.

2. المثلث  $RST$  قائم في  $R$  فحسب نظرية فيثاغورث :

$$ST^2 = RS^2 + RT^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

$$ST = \sqrt{41} \text{ cm} \approx 6,4 \text{ cm} \text{ منه}$$

3. في المثلث  $RST$  القائم في  $R$  لدينا :  $\cos \widehat{RTS} = \frac{TR}{TS} \approx$

$$\frac{5}{6,4} \approx 0,781$$

$$\widehat{RTS} = 0,781 \text{ [2ndf] } [\cos] \approx 38,6^\circ \text{ منه}$$

إذاً :  $\widehat{RTS} = 39^\circ$  بالتدوير إلى الوحدة.

4. بما أن  $(RS) \perp (TR)$  و  $(MN) \perp (TR)$  فإن  $(MN) \parallel (RS)$ .

في المثلث  $RST$  لدينا :  $M \in [TR]$  و  $N \in [TS]$  بحيث

$$\frac{TM}{TR} = \frac{TN}{TS} = \frac{MN}{RS}$$

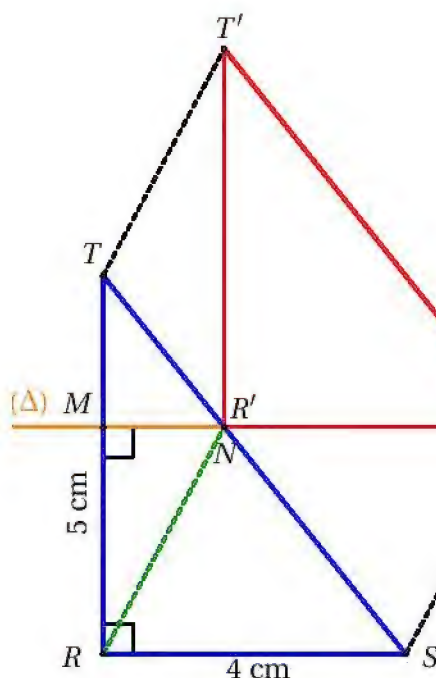
$$\text{أي } MN = \frac{2 \times 4}{5} = 1,6 \text{ cm} \text{ منه } \frac{2}{5} = \frac{TN}{6,4} = \frac{MN}{4}$$

5. الشكل.

$$6. \text{ لدينا : } \mathcal{A}_{RST} = \frac{RS \times RT}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ cm}^2$$

و بما أن صورة  $RST$  بانسحاب و الانسحاب يحفظ

$$\mathcal{A}_{R'S'T'} = \mathcal{A}_{RST} = 10 \text{ cm}^2$$



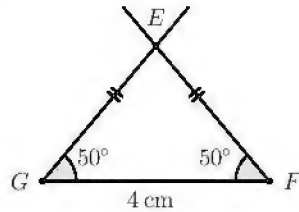
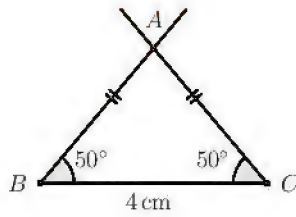


1. بما أن  $M$  منتصف  $[BC]$  فإن  $[AM]$  هو المتوسط المتعلق بالضلع  $[BC]$  في المثلث  $ABC$ .  
و بما أن  $AM = MB = MC$  فإن  $AM = \frac{1}{2}BC$  و حسب النظرية العكسية لنظرية طول المتوسط المتعلق بالوتر فإن المثلث  $ABC$  قائم في  $A$ .

2. لدينا :  $BC = 2AM = 2 \times 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$

3. المثلث  $ABC$  قائم في  $A$  فحسب نظرية فيثاغورث :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  أي  $10^2 = 7^2 + AC^2$  منه  $AC^2 = 100 - 49 = 51$  منه  $AC = \sqrt{51} \text{ cm} \approx 7,1 \text{ cm}$

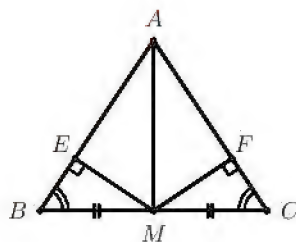
4. في المثلث  $BCD$  القائم في  $D$  لدينا :  $\cos \widehat{BDC} = \frac{BD}{BC}$  أي  $\cos 30^\circ = \frac{BD}{10 \text{ cm}}$   
منه :  $BD = 10 \text{ cm} \times \cos 30^\circ \approx 10 \text{ cm} \times 0,87 = 8,7 \text{ cm}$



(1) أنشيء مثلثا  $ABC$  متساوي الساقين  
رأسه الأسامي  $A$  بحيث  $BC = 4 \text{ cm}$  و  $\widehat{B} = 50^\circ$

(2) أنشيء مثلثا  $EFG$  متساوي الساقين  
رأسه الأسامي  $E$  بحيث  $FG = 4 \text{ cm}$  و  $\widehat{F} = 50^\circ$

(3) لدينا :  $\left[ \begin{array}{l} \widehat{F} = \widehat{B} = 50^\circ \\ FG = BC = 4 \text{ cm} \\ \widehat{G} = \widehat{C} = 50^\circ \end{array} \right]$  إذاً  $\left[ \begin{array}{l} \text{فالمثلثان} \\ EFG \text{ و } ABC \\ \text{متقايسان} \end{array} \right]$  (زاويتان و الضلع المحصور بينهما).



(1) لدينا :  $\left[ \begin{array}{l} \widehat{C} = \widehat{B} \\ MC = MB \end{array} \right]$  إذاً  $\left[ \begin{array}{l} \text{القائمان فالمثلثان} \\ MFC \text{ و } MEB \\ \text{متقايسان} \end{array} \right]$  (الوتر و زاوية حادة).

من تقايسهما نستنتج أن  $MF = ME$  و  $FC = EB$  و  $\widehat{CMF} = \widehat{BME}$

(3) لدينا :  $[AM]$  مشترك وتر  $\left[ \begin{array}{c} MF = ME \\ \text{متقايسان} \end{array} \right]$  إذا  $\left[ \begin{array}{c} \text{القائمان فالمثلثان} \\ MFA \text{ و } MEA \end{array} \right]$  (الوتر و ضلع قائم).

حل التمرين رقم 24 للعودة إلى التمرين 24

حل التمرين رقم 25 للعودة إلى التمرين 25

حل التمرين رقم 26 للعودة إلى التمرين 26

حل التمرين رقم 27 للعودة إلى التمرين 27

حل التمرين رقم 28 للعودة إلى التمرين 28

حل التمرين رقم 29 للعودة إلى التمرين 29

حل التمرين رقم 30 للعودة إلى التمرين 30

حل التمرين رقم 31 للعودة إلى التمرين 31

حل التمرين رقم 32 للعودة إلى التمرين 32

حل التمرين رقم 33 للعودة إلى التمرين 33

بما أن الجدار عمودي على الأرض، فيكفي أن يعامد الرف الجدار حتى يكون أفقيا (المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما متوازيان) أي يكفي أن يكون المثلث  $ATE$  قائما في  $T$ .  
لكن  $AE^2 = 50^2 = 2500$  و  $AT^2 + TE^2 = 40^2 + 30^2 = 1600 + 900 = 2500$  أي  $AT^2 + TE^2 = AE^2$  و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث  $ATE$  قائم في  $T$  و بالتالي فالرف أفقي.







3. حسب نظرية فيثاغورث نستنتج أن  $BD^2 = BC^2 + CD^2$  منه  $BD^2 = 75^2 - 72^2 = 441$  منه  $BD = \sqrt{441} \text{ m} = 21 \text{ m}$

4. محيط الأرض هو :  $P = AB + BC + CD + DA = 60 \text{ m} + 21 \text{ m} + 72 \text{ m} + 45 \text{ m} = 198 \text{ m}$

5. مساحة الأرض هي :  $S = \frac{AB \times AD}{2} + \frac{CB \times CD}{2} = \frac{60 \text{ m} \times 45 \text{ m}}{2} + \frac{21 \text{ m} \times 72 \text{ m}}{2} = 1350 \text{ m}^2 + 756 \text{ m}^2 = 2106 \text{ m}^2$

### حل التمرين رقم 38 للعودة إلى التمرين 38

1. بما أن  $(B'C') \parallel (BC)$  و  $(AI) \perp (B'C')$  فإن  $(AI) \perp (BC)$  (إذا عامد مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يعامد الآخر).

فالمستقيم  $(AI)$  يعامد حامل الضلع  $[BC]$  ويشمل الرأس  $A$  المقابل له. نستنتج إذن أن :

$(AI)$  هو حامل الارتفاع المتعلق بالضلع  $[BC]$ .

2. بالمثل،  $(A'C') \parallel (AC)$  و  $(BJ) \perp (A'C')$  إذن  $(BJ) \perp (AC)$  أي :

$(BJ)$  هو حامل الارتفاع المتعلق بالضلع  $[AC]$ .

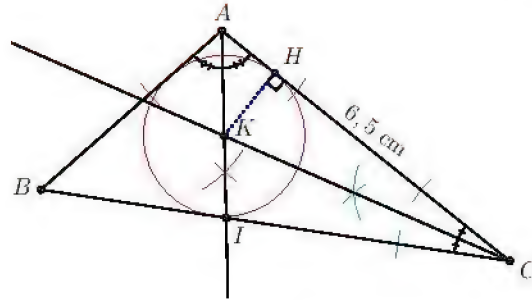
أيضاً،  $(A'B') \parallel (AB)$  و  $(CK) \perp (A'B')$  إذن  $(CK) \perp (AB)$  و بالتالي :

$(CK)$  هو حامل الارتفاع المتعلق بالضلع  $[AB]$ .

بما أن الارتفاعات الثلاثة في مثلث تتلاقى في نقطة واحدة فإن المستقيمت  $(AI)$ ،  $(BJ)$  و  $(CK)$  تتقاطع في نفس النقطة (هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث  $ABC$ ).

### حل التمرين رقم 39 للعودة إلى التمرين 39

1. لرسم الشكل بالأبعاد الحقيقية :



- نبدأ برسم الضلع  $[AB]$  بحيث  $AB = 6,5 \text{ cm}$ .
- ثم نرسم نصف المستقيم  $[AB]$  بحيث  $\widehat{CAB} = 2\widehat{BAK} = 100^\circ$ .
- ثم نصف المستقيم  $[CB]$  بحيث  $\widehat{ACB} = 2\widehat{BCK} = 30^\circ$ .
- في الأخير، نرسم  $[AK]$ ، نصف  $\widehat{BAC}$  و  $[CK]$ ، نصف  $\widehat{ACB}$ .

2. في المثلث  $ABC$  لدينا :

$$\begin{aligned} \widehat{ABC} &= 180^\circ - (\widehat{BAC} + \widehat{BCA}) \\ &= 180^\circ - (2 \times \widehat{BAK} + 2 \times \widehat{BCK}) \\ &= 180^\circ - (2 \times 50^\circ + 2 \times 30^\circ) \\ &= 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ \end{aligned}$$

و بما أن  $K$  هي نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث  $ABC$  فإن  $[BK]$  هو منصف  $\widehat{ABC}$  و بالتالي  $\widehat{KBC} = \widehat{ABC} \div 2 = 25^\circ$ .

3. مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث  $ABC$  هو النقطة  $K$ . لإنشاءها، نعين النقطة  $H$ ، المسقط العمودي للمركز  $K$  على أحد الأضلاع، مثلاً على  $[AC]$  فيكون  $KH$  هو نصف قطر هذه الدائرة.

$$\widehat{AIC} = 180^\circ - (\widehat{IAC} + \widehat{ICA}) = 180^\circ - (50^\circ + 30^\circ) = 100^\circ \quad (I) \quad 4.$$

(ب) لدينا من جهة :

$$\widehat{IKC} = 180^\circ - (\widehat{ICK} + \widehat{KIC}) = 180^\circ - (15^\circ + 100^\circ) = 65^\circ$$

و من جهة أخرى

$$\widehat{IKB} = 180^\circ - (\widehat{IBK} + \widehat{KIB}) = 180^\circ - (25^\circ + (180^\circ - 100^\circ)) = 75^\circ$$

إذن  $\widehat{IKB} \neq \widehat{IKC}$  وهذا يعني أن نصف المستقيم  $[AI]$  ليس منصف الزاوية  $BKC$ .

للعودة إلى التمرين 40

حل التمرين رقم 40

للعودة إلى التمرين 41

حل التمرين رقم 41

1. بما أن :

$AB = CD$  (ضلعان متقابلان في مستطيل)

$\widehat{BAI} = \widehat{DCJ}$  (زاويتان متبادلتان داخليا)

فإن: المثلثين  $ABI$  و  $CDJ$  متقايسان (تقايس الوتر وزاوية حادة)

2. في المثلثين  $BIC$  و  $DAJ$  لدينا :  $BC = AD$

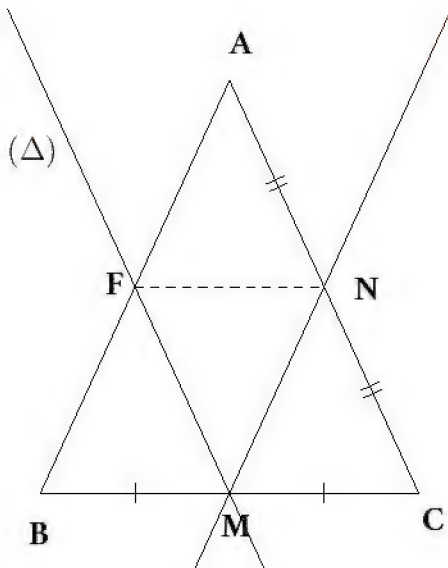
$IB = DJ$  (من العناصر المتماثلة)

إذن فهما متقايسان (الوتر و ضلع)

للعودة إلى التمرين 42

حل التمرين رقم 42

1. الرسم:



2. إثبات أن:  $(MN) \parallel (BC)$

في المثلث  $ABC$  لدينا:

$N$  منتصف  $[AC]$

$M$  منتصف  $[BC]$

إذن:  $(MN) \parallel (BC)$  حسب خاصية مستقيم المنتصفين.

3. في المثلث  $ABC$  لدينا:

$M$  منتصف  $[BC]$

$(MF) \parallel (AC)$

إذن:  $F$  منتصف  $[AB]$  حسب الخاصية العكسية لمستقيم المنتصفين.

$$FN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$$

للعودة إلى التمرين 43

حل التمرين رقم 43

1. إثبات أن المثلث قائم:

$$AB = 1 + 2 = 3$$

$$AC = 1 + 3 = 4$$

$$BC = 2 + 3 = 5$$

في المثلث  $ABC$  لدينا:

$$BC^2 = 5^2 = 25$$

$$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

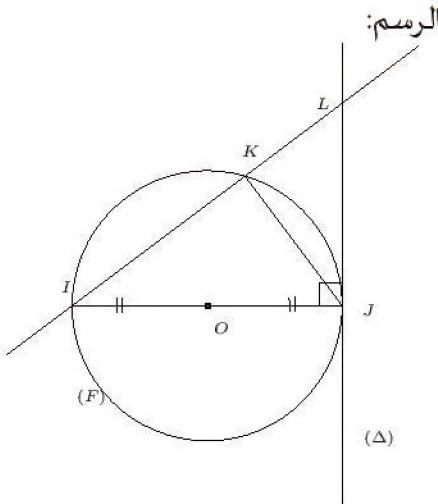
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = : \text{بما أن}$$

فإن المثلث  $ABC$  قائم في  $A$  حسب الخاصية العكسية لفيثاغورس.

للعودة إلى التمرين 44

حل التمرين رقم 44

1. إثبات أن  $IKJ$  قائم :



بما أن:  $[IJ]$  ضلع في المثلث  $IKJ$   
و قطر للدائرة المحيطة به  
فإن المثلث  $IKJ$  قائم في  $K$

2. نوع المثلث  $IJJ$  :

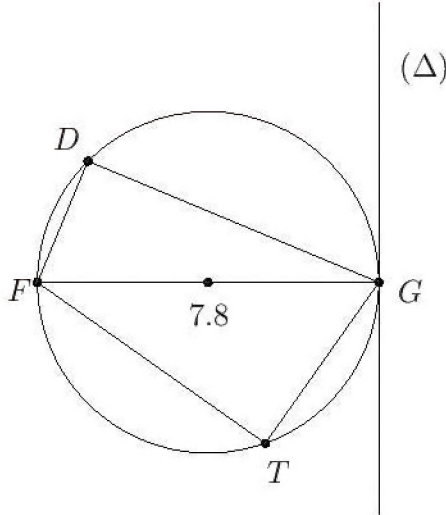
المثلث  $IJJ$  قائم في  $J$  لأن  $(\Delta)$  مماس للدائرة  $(F)$  في النقطة  $J$

3. المسافة بين  $J$  و  $(IL)$ :

$$KJ = 3cm \text{ لأن } (IL) \perp (KJ)$$



1. الرسم:



2. إثبات أن المثلث  $GFD$  قائم :

$$FG^2 = 7.8^2 = 60.84$$

$$DG^2 = 7.2^2 = 51.84$$

$$DF^2 = 3^2 = 9$$

$$FG^2 = DG^2 + DF^2$$

فإن المثلث  $GFD$  قائم حسب الخاصية العكسية لفيثاغورس

3. لرسم الدائرة المحيطة بالمثلث يكفي أن نعين منتصف  $[FG]$  الدائرة المحيطة بهذا المثلث يكون  $[FG]$  قطر لها.

4. بما أن  $(FG) \perp (\Delta)$  و  $G \in (\Delta)$

فإن  $(\Delta)$  هو مماس للدائرة  $(C)$

5. بما أن  $FGT$  مثلث قائم وحسب خاصية فيثاغورس فإن :

$$FG^2 = TF^2 + TG^2$$

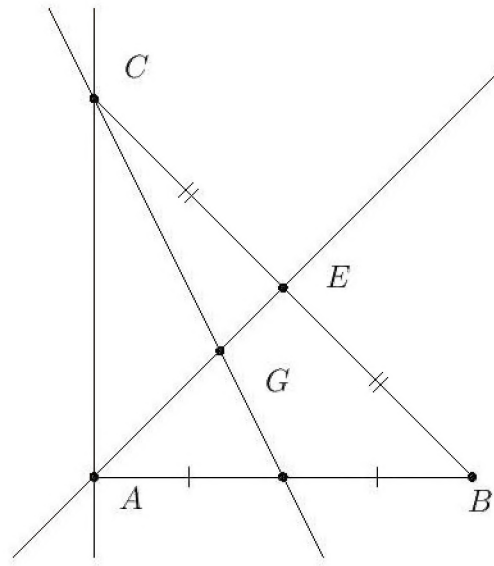
$$TF^2 = FG^2 - TG^2$$

$$TF^2 = 7.8^2 - 4.5^2$$

$$TF^2 = 60.84 - 20.45 = 40.59$$

$$TF = \sqrt{40.59} \simeq 6.37cm$$

1. الرسم:



2.  $G$  هي مركز ثقل المثلث  $ABC$  لأنها نقطة تقاطع متوسطين.

3. حساب  $AE$  و  $EG$  :

بما أن  $G$  هي مركز ثقل المثلث  $ABC$

$$\frac{AG}{AE} = \frac{2}{3} \text{ فإن:}$$

ومنه:  $3AG = 2AE$

$$AE = \frac{3AG}{2} \text{ أي:}$$

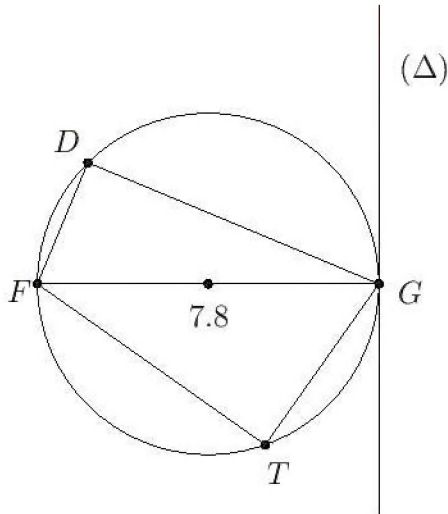
$$AE = \frac{3 \times 2.4}{2} = 1.2 \times 3 = 3.6 \text{ cm}$$

$$GE = AE - AG = 3.6 - 2.4 = 1.2 \text{ cm}$$

47 للعودة إلى التمرين

47 حل التمرين رقم

1. الرسم:



2. إثبات أن المثلث  $GFD$  قائم :

$$FG^2 = 7.8^2 = 60.84$$

$$DG^2 = 7.2^2 = 51.84$$

$$DF^2 = 3^2 = 9$$

بما أن  $FG^2 = DG^2 + DF^2$

فإن المثلث  $GFD$  قائم حسب الخاصية العكسية لفيثاغورس

3. لرسم الدائرة المحيطة بالمثلث يكفي أن نعين منتصف  $[FG]$  الدائرة المحيطة بهذا المثلث يكون  $[FG]$  قطر لها.

4. بما أن :  $(FG) \perp (\Delta)$  و  $G \in (\Delta)$

فإن :  $(\Delta)$  هو مماس للدائرة  $(C)$

5. بما أن  $FGT$  مثلث قائم وحسب خاصية فيثاغورس فإن :

$$FG^2 = TF^2 + TG^2$$

$$TF^2 = FG^2 - TG^2$$

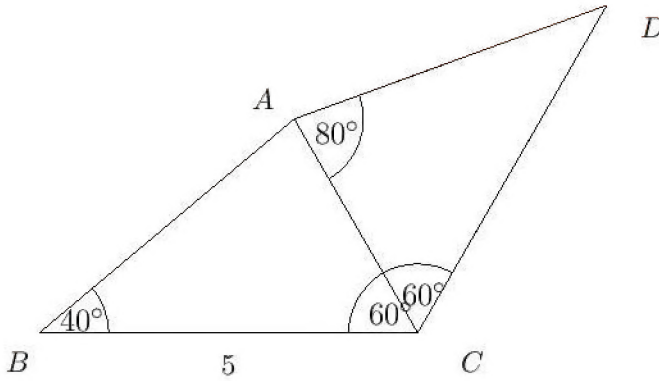
$$TF^2 = 7.8^2 - 4.5^2$$

$$TF^2 = 60.84 - 20.45 = 40.59$$

$$TF = \sqrt{40.59} \simeq 6.37 \text{ cm}$$

للمرجع إلى التمرين 48

حل التمرين رقم 48



في المثلث  $ABC$  لدينا:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

أي  $\hat{A} + 40 + 60 = 180$  ومنه  $\hat{A} = 180 - 100 = 80$

$$\hat{A} = 80^\circ$$

إذن في المثلثين  $ABC$  و  $ACD$  لدينا:

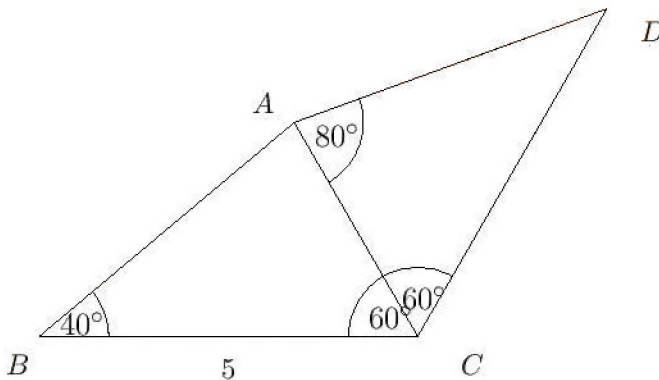
$$\begin{cases} \hat{BAC} = \hat{CAD} = 80^\circ \\ \hat{BCA} = \hat{ACD} = 60^\circ \\ AC = AC \end{cases}$$

إذن فالمثلثان متقايسان (تقايس زاويتين و ضلع محصور بينهما)

3) بما أن  $ABC$  و  $ACD$  متقايسان فإن العناصر المتماثلة متقايسة إذن:  $CD = BC = 5 \text{ cm}$

للمرجع إلى التمرين 49

حل التمرين رقم 49



في المثلث  $ABC$  لدينا:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

أي  $\hat{A} + 40 + 60 = 180$  ومنه  $\hat{A} = 180 - 100 = 80$

$$\hat{A} = 80^\circ$$

إذن في المثلثين  $ABC$  و  $ACD$  لدينا:

$$\begin{cases} \hat{BAC} = \hat{CAD} = 80^\circ \\ \hat{BCA} = \hat{ACD} = 60^\circ \\ AC = AC \end{cases}$$

إذن فالمثلثان متقايسان (تقايس زاويتين و ضلع محصور بينهما)

3) بما أن  $ABC$  و  $ACD$  متقايسان فإن العناصر المتماثلة متقايسة إذن:  $CD = BC = 5 \text{ cm}$